



Article

Les mathématiques en alpinisme

MARC-ANDRÉ DÉSAUTELS, MATHÉMATIQUES
CÉGEP SAINT-JEAN-SUR-RICHELIEU
marc-andre.desautels@cstjean.qc.ca
<http://www.cstjean.qc.ca/accueil>

Résumé

Cet article décrit deux applications des équations différentielles dans le contexte de l'escalade. La première de ces applications concerne le facteur de chute, qui indique que la force ressentie par un grimpeur qui tombe, soutenu par une corde élastique, est proportionnelle au facteur de chute, c'est-à-dire au rapport entre la hauteur tombée et la longueur totale de la corde. La seconde de ces applications concerne la forme des coinces mécaniques (ou coinces à cames), qui permettent de grimper à l'aide de fissures parallèles dans la roche, sans avoir à utiliser de pitons comme ancrage. Les deux applications discutées dans cet article peuvent être introduites dans un cours de calcul intégral au niveau collégial. Elles permettent de consolider les notions de résolution d'équations différentielles et indiquent, encore une fois, l'importance des mathématiques.

Mots clés : calcul différentiel, calcul intégral, équations différentielles, coordonnées polaires.

1 Introduction à quelques notions de base de l'alpinisme

Pour débiter cette section, nous introduirons quelques notions importantes pour les lecteurs n'ayant jamais fait d'escalade. Pour les sports comme l'escalade, l'assurage est une technique de réduction des conséquences de la chute d'une personne. Cela s'effectue par le contrôle de la corde de progression, de manière à ce que la personne engagée soit retenue si elle venait à chuter.

Cette tâche est habituellement assignée à un assureur. Pour assurer un grimpeur, l'assureur utilise généralement la friction de la corde sur un objet qui va lui permettre de coulisser mais qui pourra être bloqué manuellement, voire automatiquement dans certains cas, lors de la chute [6].

Nous pouvons voir un exemple de la technique d'assurage à la figure 1.

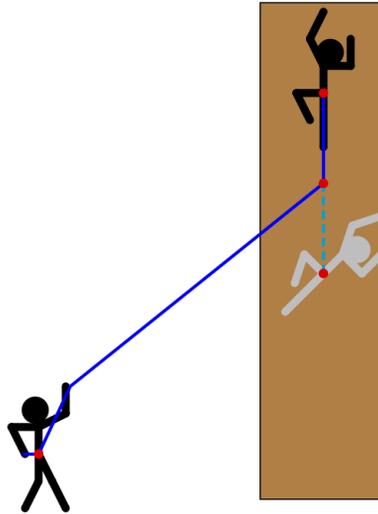


FIGURE 1 – Un assureur (en bas à gauche), assure un grimpeur durant sa montée (en noir en haut à droite) et lors d'une chute potentielle (en gris pâle à droite). La corde est représentée par le trait plein en bleu. Lorsque le grimpeur est tombé, la partie de la corde qui retient le grimpeur est en pointillé.

Dans le monde de l'alpinisme, un *whipper* [5] est une chute extrêmement dure lorsque la corde soutenant le grimpeur est soumise à un poids important. Le terme *whipper* provient du mouvement de balancier que le grimpeur qui chute peut avoir si l'assureur effectue mal son travail. Même s'il n'y a pas de mouvement de balancier, le terme *whipper* est utilisé pour des chutes dures.

Les grimpeurs expérimentés savent que la longueur de la chute n'est pas le seul facteur de danger. Il y a au moins deux aspects qui déterminent le risque lors d'une chute. Premièrement, plus la chute est longue, plus le grimpeur risque de percuter un obstacle. Deuxièmement, il y a l'impact ressenti par le grimpeur lorsque la corde se tend pour arrêter sa chute.

2 Le facteur de chute

Dans cette section, nous nous intéresserons au facteur de chute. Une étude de ce facteur nous renseignera sur la manière dont les grimpeurs font de l'escalade et aussi sur la façon dont les manufacturiers testent leurs équipements.

2.1 Mathématisation du problème

Soit une corde élastique de longueur L (avant l'étirement) entre un grimpeur et son assureur. Pour visualiser la situation, la figure 1 représente un grimpeur et un assureur avant et après une chute. Nous allons supposer que le grimpeur tombe d'une hauteur D_C (en chute libre), ensuite la corde se tend, s'étire et la chute du grimpeur est stoppée. Le grimpeur est donc tombé d'une hauteur totale D_T , comme présenté à la figure 2.

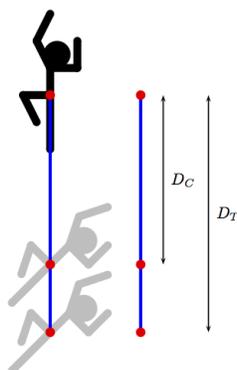


FIGURE 2 – Le grimpeur tombe en chute libre d'une hauteur D_C . La corde s'étire et le grimpeur arrête sa chute après une hauteur totale D_T .

La force qu'exerce la corde sur le grimpeur dépend de la longueur de l'étirement relativement à sa longueur initiale. Supposons que la longueur de la corde à un instant t est donnée par L_e , où $L_e > L$. Selon la loi de Hooke, la force F_c exercée par la corde est proportionnelle à l'étirement sur la longueur initiale de la corde, c'est-à-dire :

$$F_c = k\left(\frac{L_e - L}{L}\right),$$

où la constante k dépend de la corde utilisée.

Nous voulons démontrer un résultat qui, de prime abord, semble contre-intuitif :

La force maximale ressentie par le grimpeur ne dépend pas de la hauteur de la chute mais bien du rapport entre la distance de la chute et la longueur totale de la corde. Ce rapport, noté $\frac{D_T}{L}$, est appelé le facteur de chute (ce facteur de chute ne s'applique que dans le cas où la corde est élastique).

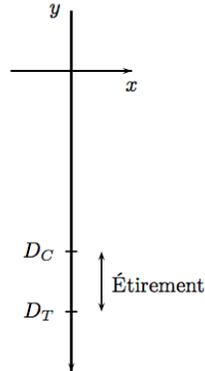


FIGURE 3 – La modélisation de la chute du grimpeur.

Nous allons modéliser le problème en utilisant les axes présentés à la figure 3. Remarquez que l'axe des y pointe vers le bas, pour simplifier la modélisation. Le grimpeur se trouve au point $(0, 0)$. Il tombe en chute libre jusqu'au point $(0, D_C)$, la corde s'étire et il s'arrête au point $(0, D_T)$. L'étirement de la corde est donc $D_T - D_C$. Nous voulons trouver une expression qui nous permette de trouver $D_T - D_C$ lorsque le grimpeur arrête sa chute.

Lorsque le grimpeur tombe en chute libre, jusqu'à une distance D_C , la seule force sur le grimpeur est la force de gravité. Par la seconde loi de Newton, la position du grimpeur est donc donnée par l'équation différentielle $m \frac{d^2y}{dt^2} = mg$, où m est la masse du grimpeur. Nous avons donc :

$$\begin{aligned}
 m \frac{d^2y}{dt^2} &= mg \\
 \frac{d}{dt} \left[\underbrace{\frac{dy}{dt}}_{=v} \right] &= g \\
 \frac{dv}{dt} &= g \\
 \frac{dv}{dy} \underbrace{\frac{dy}{dt}}_{=v} &= g \\
 v \frac{dv}{dy} &= g \\
 \int v dv &= \int g dy
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{v^2}{2} &= gy + C_1 \\ v^2 &= 2gy + C_2.\end{aligned}$$

Puisque la vitesse du grimpeur au temps initial est nulle, nous avons donc $C_2 = 0$, et puisque $v^2(y) = 2gy$, à la fin de la chute libre nous avons $v^2(D_C) = 2gD_C$.

À partir du moment où la corde commence à se tendre, une seconde force entre en jeu, la force de Hooke. Puisque le mouvement se fait vers le bas, la force de Hooke agira dans la direction inverse, pour ralentir le mouvement du grimpeur. L'équation différentielle sera donc $mv \frac{dv}{dy} = mg - \frac{k}{L}(y - D_C)$. En utilisant les équations précédentes, nous remarquons que :

$$m \frac{d^2y}{dt^2} = mv \frac{dv}{dy}.$$

Nous avons donc :

$$\begin{aligned}mv \frac{dv}{dy} &= mg - \frac{k}{L}(y - D_C) \\ \int v dv &= \int \left(g - \frac{k}{mL}(y - D_C) \right) dy \\ \frac{v^2}{2} &= gy - \frac{k}{2mL}(y - D_C)^2 + C_1 \\ v^2 &= 2gy - \frac{k}{mL}(y - D_C)^2 + C_2.\end{aligned}$$

La condition initiale de ce problème correspond à la vitesse du grimpeur après sa chute libre, c'est-à-dire lorsqu'il se trouve à D_C .

$$\begin{aligned}v^2(D_C) &= 2gD_C - \frac{k}{mL}(D_C - D_C)^2 + C_2 \\ 2gD_C &= 2gD_C + C_2 \\ C_2 &= 0.\end{aligned}$$

Le carré de la vitesse du grimpeur lorsque la corde s'étire est donc $v^2 = 2gy - \frac{k}{mL}(y - D_C)^2$. Nous voulons maintenant évaluer cette vitesse lorsque $y = D_T$. À cet endroit, la vitesse est nulle, car la chute du grimpeur est terminée. Donc :

$$v^2 = 2gy - \frac{k}{mL}(y - D_C)^2$$

$$\begin{aligned}
v^2(D_T) &= 2gD_T - \frac{k}{mL}(D_T - D_C)^2 \\
0 &= 2gD_T - \frac{k}{mL}(D_T - D_C)^2 \\
(D_T - D_C)^2 &= \frac{2gmLD_T}{k} \\
D_T - D_C &= \sqrt{\frac{2gmLD_T}{k}}.
\end{aligned}$$

Par la loi de Hooke, nous avons donc que la force ressentie par le grimpeur tout en bas de sa chute est donnée par :

$$\begin{aligned}
F_c &= k \left(\frac{L_e - L}{L} \right) \\
&= k \left(\frac{D_T - D_C}{L} \right) \\
&= \frac{k}{L} \sqrt{\frac{2gmLD_T}{k}} \\
&= \sqrt{\frac{2gmkD_T}{L}} \\
&= \sqrt{2gmk} \left(\frac{D_T}{L} \right).
\end{aligned}$$

Il est important de remarquer que le carré de la force maximale ressentie est proportionnel au facteur de chute et non pas à la distance totale de la chute [3] et [7].

Pour bien comprendre le facteur de chute, nous allons visualiser quelques exemples en illustrant 5 situations (voir figure 4). Pour simplifier, supposons que la corde mesure 2 unités et qu'elle ne s'étire pas. Dans le premier exemple en partant de la gauche, le grimpeur tombe de 4 unités et donc le facteur de chute est de $4/2 = 2$. Dans le second exemple, le grimpeur tombe de 3 unités et le facteur de chute est de $3/2$. Dans le troisième exemple, le grimpeur tombe de 1 unité et le facteur de chute est de $2/2 = 1$. Dans le quatrième exemple, le grimpeur tombe de 1 unité et le facteur de chute est de $1/2$. Enfin, dans le dernier exemple, le grimpeur ne tombe pas et le facteur de chute est nul.

Nous remarquons que le facteur de chute maximal est de 2. En effet, lorsque nous avons une corde de longueur L , le grimpeur peut tomber d'une hauteur maximale de $2L$ (en réalité, la longueur maximale est $L + L_e$ mais nous approximations la longueur par $2L$) et donc $\frac{D_T}{L} = \frac{2L}{L} = 2$.

Une conséquence immédiate du facteur de chute que nous venons d'illustrer surgit dans la

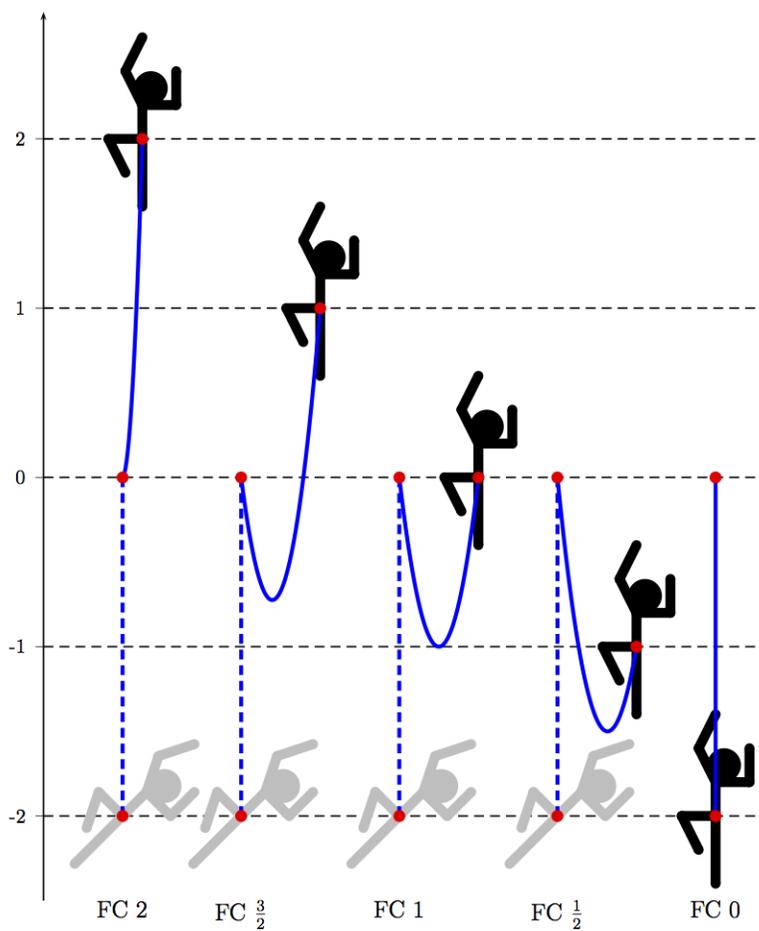


FIGURE 4 – Divers facteurs de chute (FC). La corde avant la chute est représentée par une ligne pleine et la corde après la chute est représentée par une ligne pointillée. Pour simplifier le dessin, nous omettons de représenter l'étirement de la corde.

situation où un grimpeur débute son escalade tout en étant assuré. Tant que le grimpeur n'a pas placé de pièce de protection (c'est-à-dire un point d'ancrage qui permet de minimiser sa chute), toutes les chutes auront un facteur de chute de 2. Aussitôt qu'une pièce de protection est installée, le facteur de chute diminue. L'importance de poser cette première pièce de protection est bien connue des grimpeurs.

2.2 Le design et les tests des cordes d'escalade

L'Union internationale des associations d'alpinisme (UIAA [2]) est une organisation qui représente plusieurs millions d'alpinistes et de grimpeurs. C'est elle qui s'occupe d'instaurer les spécifications pour, entre autres, les cordes d'escalade. Un des tests importants est le test de chute [2].

Pour ce test, l'UIAA utilise une corde de longueur 2,8 m à laquelle elle attache une masse de 80 kg, représentant un grimpeur « moyen ». Elle place la masse à une hauteur de 2,3 m pour ensuite la faire tomber d'une hauteur totale de 4,8 m. Ceci lui permet d'obtenir un facteur de chute d'environ 1,71. Le test utilise donc un facteur de chute tout près du maximum théorique de 2. Nous pouvons visualiser le test à la figure 5. De plus, en raison du facteur de chute, il est inutile de tester les cordes en laissant tomber des masses de hauteurs plus importantes.

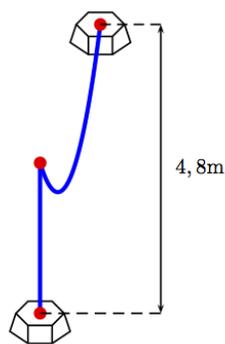


FIGURE 5 – Le test de chute utilise une corde de longueur 2,8 m. Nous utilisons une masse de 80 kg que nous faisons tomber d'une hauteur de 4,8 m. Le facteur de chute est donc $\frac{4,8}{2,8} \approx 1,71$.

Il est important d'indiquer que lors du test de chute, la force maximale ressentie ne doit pas dépasser 12 kN (12×10^3 N). Cette limite provient de résultats obtenus par l'armée américaine sur des parachutistes. Le corps humain ne peut pas être soumis à un impact supérieur à 15 fois l'accélération gravitationnelle, sans en ressentir de graves séquelles. En utilisant la seconde loi

de Newton, nous avons donc :

$$\begin{aligned}F &= ma \\12\,000 &= m \cdot (15g) \\m &= \frac{12\,000}{15g} \\&\approx 81,5 \text{ kg}.\end{aligned}$$

C'est la raison pour laquelle l'UIAA utilise une masse de 80 kg.

3 Le coinçeur mécanique

Introduction

La définition suivante provient de Wikipédia :

Un coinçeur mécanique, ou coinçeur à came, est un équipement de protection pour l'escalade ou l'alpinisme. Il consiste en deux, trois, ou quatre comes montées sur un axe commun ou deux axes adjacents, de manière que tirer sur l'axe force les comes à s'écarter. Il utilise le principe de l'arc-boutement.

Un exemple de coinçeur à came est montré à la figure 6.

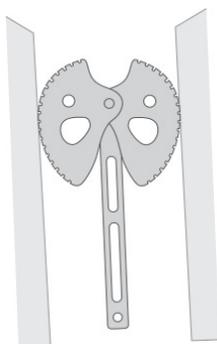


FIGURE 6 – Un exemple de coinçeur mécanique. User : Aamb/Wikimedia Commons/CC-BY-SA-3.0

Les coinçeurs à came ont été inventés en 1973 par Ray Jardine. Nous allons démontrer de quelle façon il est possible de déterminer la forme de ces coinçeurs, en utilisant les équations différentielles [4].

Mathématisation du problème

Le principe de base du coinçeur mécanique est le suivant. La force qui tire vers le bas permet de coinçer encore plus fort le coinçeur dans la fissure. Le frottement entre le coinçeur et la paroi soutient le grimpeur. Nous pouvons voir un coinçeur à came à la figure 7.

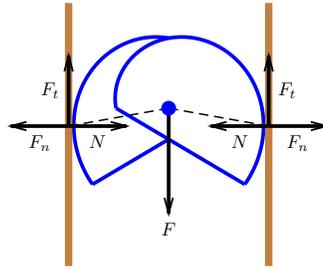


FIGURE 7 – Un coinçeur à came inséré entre deux parois. Une force F dirigée vers le bas est produite par le grimpeur. L'intersection des lignes pointillées avec les lignes verticales indiquent les points de contact du coinçeur avec la paroi. Les forces en jeux sont indiquées par des flèches.

Pour étudier plus en détail la forme des coinçeurs à came, nous allons nous intéresser à un seul de ces coinçeurs à la frontière avec une paroi, comme présenté à la figure 8. Pour que le système soit en équilibre, il faut que la somme de toutes ces forces soit nulle. En se basant sur la figure 8 et en étudiant une paroi verticale, nous avons donc :

$$2F_t = F \text{ et } F_n = N.$$

La force F peut être décomposée en une partie normale F_n et une partie tangentielle F_t à la paroi, à l'endroit où le coinçeur touche la paroi. Pour simplifier la notation, nous omettrons l'écriture vectorielle des forces et nous les représenterons par leurs parties tangentielles et normales. Si nous posons β l'angle formé par la force F et la paroi, nous pouvons démontrer que :

$$\tan(\beta) = \frac{F_n}{F_t}, \text{ et } F_t = F_n \cot(\beta).$$

Le coinçeur reste en place en raison du coefficient de friction de la paroi, noté μ . Il suffit que $F_t < \mu F_n$ pour que le coinçeur ne glisse pas. En effet, si la force exercée par le grimpeur est plus petite que la force de frottement, le coinçeur restera en place. Si la force de frottement était plus petite que la force exercée par le grimpeur, le coinçeur glisserait de la paroi.

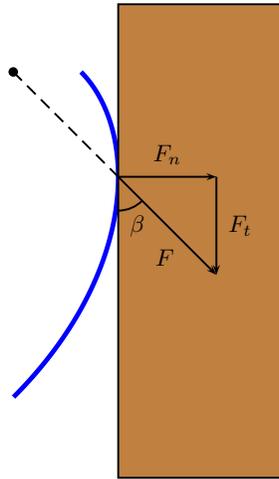


FIGURE 8 – Un coinçeur à came (en bleu) est appuyé sur une surface verticale. La force exercée par le coinçeur peut être décomposée en une force normale (F_n) à la surface et une force tangentielle (F_t) à la surface.

Ceci implique que $F_n \cot(\beta) < \mu F_n$ et donc que $\cot(\beta) < \mu$. Puisque nous allons travailler avec des tangentes, il est préférable d'utiliser l'inégalité $\tan(\beta) > \frac{1}{\mu}$. Cette dernière inégalité guidera notre choix pour la forme des coinçeurs à came.

Puisque $\tan(\beta)$ doit toujours être strictement supérieure à $\frac{1}{\mu}$, nous chercherons une solution dans laquelle l'angle β demeurera constant, et nous poserons $\tan(\beta) = K$.

Ce n'est pas la seule façon de résoudre le problème mais c'est la plus simple car elle permet de garder une valeur constante dans notre équation différentielle. Nous voulons donc trouver la forme de coinçeur qui permettra à cet angle de demeurer constant.

Pour simplifier la résolution du problème, nous allons utiliser la situation illustrée à la figure 9.

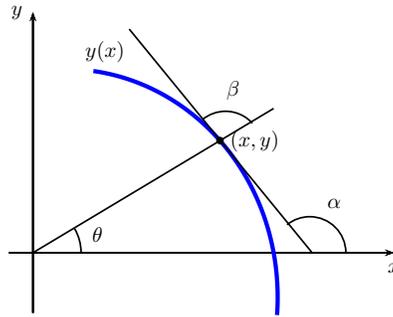


FIGURE 9 – La courbe en bleu ($y(x)$) représente le coinqueur mécanique et la droite tangente, la paroi. Le point d'intersection entre les deux droites nous permettra de trouver la forme du coinqueur mécanique.

Plutôt que de garder la paroi verticale, nous allons effectuer une rotation pour être en mesure d'utiliser les notions de dérivées et de tangente de manière plus simple. Nous remarquons que $\beta = \alpha - \theta$ et nous voulons que l'angle β reste constant. De plus, nous remarquons que :

$$\tan(\alpha) = \frac{dy}{dx} \text{ et } \tan(\theta) = \frac{y}{x}.$$

Nous avons donc :

$$\begin{aligned} \tan(\beta) &= \tan(\alpha - \theta). \\ K &= \frac{\tan(\alpha) - \tan(\theta)}{1 + \tan(\alpha)\tan(\theta)} \\ &= \frac{\frac{dy}{dx} - \frac{y}{x}}{1 + \frac{y}{x} \cdot \frac{dy}{dx}}. \end{aligned}$$

Pour résoudre l'équation différentielle à variables séparables précédente, nous allons effectuer le changement de variable $u = \frac{y}{x}$. Nous avons donc :

$$\left\| \begin{aligned} y &= ux \\ \frac{dy}{dx} &= u + x \frac{du}{dx} \end{aligned} \right.$$

Ainsi :

$$\begin{aligned}
 K &= \frac{\frac{dy}{dx} - \frac{y}{x}}{1 + \frac{y}{x} \cdot \frac{dy}{dx}} \\
 &= \frac{y' + x \frac{du}{dx} - y}{1 + u \left(u + x \frac{du}{dx} \right)} \\
 K \left(1 + u^2 + ux \frac{du}{dx} \right) &= x \frac{du}{dx} \\
 x(1 - Ku) \frac{du}{dx} &= K(1 + u^2) \\
 \int \frac{1 - Ku}{1 + u^2} du &= \int \frac{K dx}{x} \\
 \int \left(\frac{1}{1 + u^2} - \frac{Ku}{1 + u^2} \right) du &= K \ln |x| + C_1 \\
 \arctan(u) - \frac{K}{2} \ln |1 + u^2| &= K \ln |x| + C_1 \\
 \arctan \left(\frac{y}{x} \right) - \frac{K}{2} \ln \left| 1 + \left(\frac{y}{x} \right)^2 \right| &= K \ln |x| + C_1.
 \end{aligned}$$

L'équation précédente n'est pas explicite et il est difficile de visualiser la forme de la courbe obtenue. Utilisons donc les coordonnées polaires.

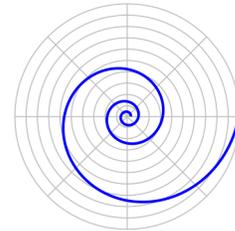
$$x = r \cos(\theta) \text{ et } y = r \sin(\theta).$$

L'équation devient :

$$\begin{aligned}
 \arctan \left(\frac{r' \sin(\theta)}{r' \cos(\theta)} \right) - \frac{K}{2} \ln \left| 1 + \left(\frac{r' \sin(\theta)}{r' \cos(\theta)} \right)^2 \right| &= K \ln |r \cos(\theta)| + C_1 \\
 \arctan(\tan(\theta)) - \frac{K}{2} \ln |1 + (\tan(\theta))^2| &= K \ln |r \cos(\theta)| + C_1 \\
 \theta - \frac{K}{2} \ln |\sec^2(\theta)| &= K \ln |r| + K \ln |\cos(\theta)| + C_1 \\
 \theta - K \ln |\sec(\theta)| &= K \ln |r| + K \ln |\cos(\theta)| + C_1 \\
 \theta + \cancel{K \ln |\cos(\theta)|} &= K \ln |r| + \cancel{K \ln |\cos(\theta)|} + C_1 \\
 \theta &= K \ln |r| + C_1 \\
 K \ln |r| &= \theta - C_1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
r &= e \frac{\theta - C_1}{K} \\
&= e \frac{\theta}{K} \cdot \underbrace{e \frac{-C_1}{K}}_{=C} \\
&= C e \frac{\theta}{K} \\
&= C e^{\frac{\theta}{\tan(\beta)}}.
\end{aligned}$$

La courbe précédente est en fait une spirale logarithmique :



Maintenant que nous connaissons la forme à donner à nos coinces mécaniques, il nous reste à trouver la valeur du paramètre β correspondante. Rappelons que β correspond à l'angle entre le coinces et la paroi. Les manufacturiers utilisent plutôt l'angle complémentaire à β , noté γ , pour créer leurs coinces. Ainsi :

$$\tan(\beta) = \tan\left(\frac{\pi}{2} - \gamma\right) = \frac{1}{\tan(\gamma)}.$$

La spirale logarithmique est donc donnée par :

$$r = C e^{\frac{\theta}{\tan(\beta)}} = C e^{\tan(\gamma) \cdot \theta}.$$

Le paramètre γ contrôle « l'ouverture » de la spirale logarithmique et permet de modifier la gamme de largeurs du coinces mécanique. Nous pouvons visualiser la spirale logarithmique pour quelques valeurs de γ à la figure 10. Nous remarquons que plus γ augmente, plus la largeur du coinces mécanique augmente. Ceci signifie que plus γ est élevé, plus le coinces mécanique peut être utilisé dans des fentes de tailles diverses.

La gamme de largeurs de fissures dans lesquelles le coinces mécanique peut s'insérer peut être visualisée à la figure 10. Si nous calculons la distance entre le point de départ de la spirale

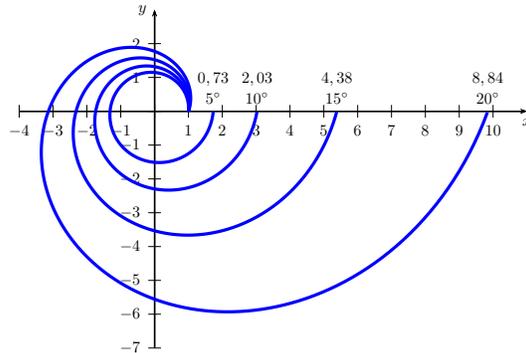


FIGURE 10 – La spirale logarithmique obtenue pour quelques valeurs de γ . Nous avons représenté 4 valeurs différentes d’angles γ ainsi que la largeur du coin mécanique obtenu.

(le point $(1, 0)$) et le point d’arrivée, nous obtenons une gamme de largeurs pour le coin mécanique. Nous pouvons obtenir cette gamme de largeurs à l’aide de l’équation suivante :

$$\text{Largeur} = e^{2\pi \tan(\gamma)} - 1.$$

Par contre, nous ne pouvons pas augmenter l’angle γ autant que nous le voulons, car pour que le coin reste en place, il faut que l’inégalité suivante soit respectée :

$$\begin{aligned} \cot(\beta) &< \mu \\ \frac{1}{\tan(\beta)} &< \mu \\ \tan(\gamma) &< \mu. \end{aligned}$$

Puisque nous voulons que les coins à came soient utilisés sur la plupart des surfaces, il faut que γ soit choisi pour respecter l’inégalité dans la situation où le coefficient de friction est le moins élevé.

L’inégalité précédente donne une condition sur la valeur maximale que γ peut prendre, mais il existe également une contrainte sur l’angle γ le plus petit que nous puissions choisir. En effet, la force normale produite par le coin (en utilisant la figure 7) est donnée par :

$$N = \frac{F}{2 \cot(\beta)} = \frac{F}{2 \tan(\gamma)},$$

où F est la force exercée par le grimpeur. Lorsque γ devient très petit, la force normale devient très grande, pour devenir infinie lorsque γ s’approche de 0. Une force normale trop élevée peut faire éclater la paroi ou alors déformer le coin.

En pratique, les manufacturiers utilisent des coinçeurs à came avec un angle γ d'environ 14° . Dans cette situation, la force normale est donnée par :

$$N = \frac{F}{2 \tan(\gamma)} = \frac{F}{2 \tan(14^\circ)} \approx 2F.$$

Ceci signifie que la force normale est le double de celle exercée par le grimpeur.

Conclusion

Cet article nous a permis d'introduire deux applications concrètes des mathématiques en alpinisme. Premièrement, nous avons pu démontrer que, contrairement à ce que nous pourrions imaginer, dans le cas d'une corde élastique, ce n'est pas la hauteur de la chute qui influence la force d'impact, mais bien le facteur de chute. C'est une notion que les grimpeurs connaissent mais nous avons pu le démontrer mathématiquement.

Deuxièmement, la résolution présentée dans cet article s'apparente à celle utilisée par Ray Jardine lors de son invention des coinçeurs à came. Nous nous sommes particulièrement intéressés au cas où le coinçeur à came est coincé entre deux fentes parallèles. Il est possible d'étudier le cas où les parois ne sont plus parallèles. J'invite le lecteur à réfléchir sur la façon dont nous pourrions utiliser la méthode présentée dans ce texte pour résoudre ce problème.

Références

- [1] Leuthäusser, Ulrich and Leuthäusser, Ira. *The Physics of Mountaineering*. Récupéré le 28 mars 2017 : <http://www.sigmadewe.com/bergsportphysik.html?L=1>.
- [2] UIAA. *UIAA/Safety Standards*. Récupéré le 28 mars 2017 : <http://theuiaa.org/safety-standards/>.
- [3] Leuthäusser, Ulrich (2016). The physics of a climbing rope under a heavy dynamic load, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part P : Journal of Sports Engineering and Technology*, 0, (no. 0).
- [4] Matthew Bonney and Joshua Coaplen and Erik Doeff (1998). Classroom Note : What Makes a Good Friend? The Mathematics of Rock Climbing, *j-SIAM-REVIEW*, 40, (no. 3), 674–679.
- [5] Curtis, Dan (2005). Taking a Whipper : The Fall-Factor Concept in Rock Climbing, *The College Mathematics Journal*, 36, (no. 2), 135–140.
- [6] Wexler, Arnold (1950). The theory of belaying, *The American Alpine Journal*.
- [7] Goldstone, Richard. *The standard equation for impact force*. Récupéré le 28 mars 2017 : <http://www.rockclimbing.com>.